

實驗十四 密立根油滴實驗

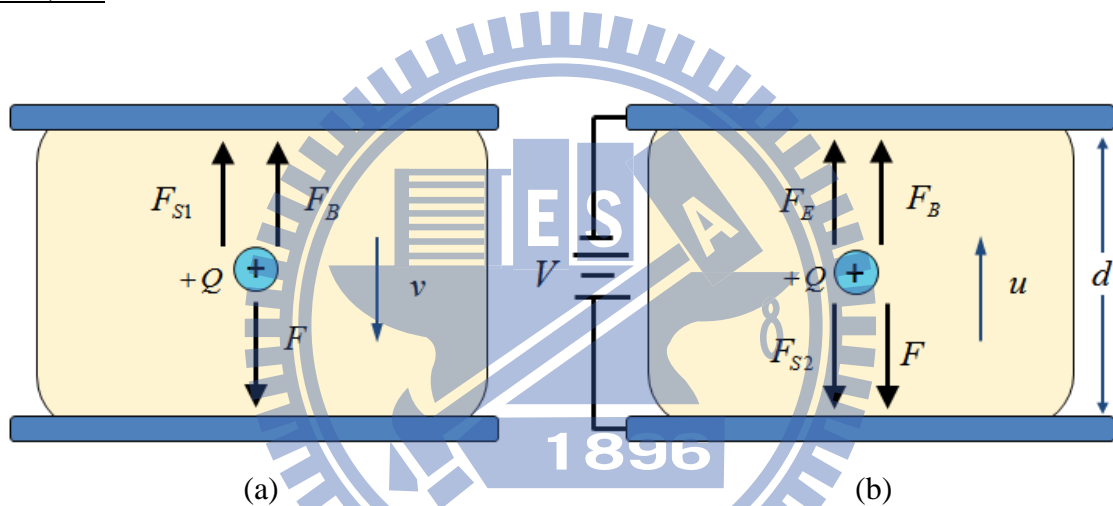
實驗目的：

驗證密立根(Millikan)利用油滴與空氣摩擦方式，再結合平行電容板，測得基本電量 $e (=1.602 \times 10^{-19}$ 庫倫) 的實驗方法。

實驗儀器：

密立根油滴實驗裝置(含顯微鏡，油滴室，平行電容板，照明裝置，噴霧器，儲油容器，三角架)，CCD 攝影機，電源供應器(220 V)

實驗原理：



圖一 帶正電油滴受力分布圖 (a) 未加電壓 $E=0$ ；(b) 已加電壓 $E \neq 0$

圖一(a)為無外加電場($E=0$)作用下，帶正電油滴受力分布示意圖。此帶正電油滴會受到重力 F 、空氣阻力 F_{S1} 與浮力 F_B 影響，當三力達到平衡時，帶正電油滴會以等速度 v (亦稱終端速度) 向下運動。

將質量為 m_{oil} 且帶電量為 $+Q$ 的油滴視為球形，則此油滴所受到力如下所示：

1. 重力 $F = m_{oil}g$ ，其中 $m_{oil} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{oil}$ 。
2. 浮力 $F_B = m_{air}g$ ，其中 m_{air} 為油滴置換空氣的質量，即 $m_{air} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{air}$ 。
3. 黏滯力(空氣阻力) $F_{S1} = 6\pi r\eta v$ ， η 為流體對空氣的黏滯係數。

其中， r 為油滴半徑， ρ_{oil} 為油滴密度， ρ_{air} 為空氣密度， v 為油滴對空氣的相對速度。

故帶正電油滴在無外加電場($E=0$)作用下，其受力方程式可表示為

$$\begin{aligned} F - F_B - F_{S1} &= 0 \\ \Rightarrow (m_{oil} - m_{air})g - 6\pi r\eta v &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

承上，將油滴等效質量 $m = m_{oil} - m_{air}$ 與油滴等效密度 $\rho = \rho_{oil} - \rho_{air}$ 代入公式(1)，則可推得油滴在無外加電場($E=0$)作用下的終端速度 v ，如下所示：

$$\begin{aligned} v &= \frac{(m_{oil} - m_{air})g}{6\pi r\eta} \\ \Rightarrow v &= \frac{mg}{6\pi r\eta} \end{aligned} \quad (2)$$

再將油滴等效質量 m 以 $\left(\frac{4\pi r^3}{3}\rho\right)$ 代入，即可推得油滴半徑 r ，如下所示：

$$\left(\frac{4}{3}\pi r^3\rho\right)g - 6\pi r\eta v = 0 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2\rho g}} \quad (3)$$

圖一(b)為外加電場($E \neq 0$)作用下，帶正電油滴受力分布示意圖。此帶正電油滴除了會受到重力 F 、空氣阻力 F_{S2} 與浮力 F_B 影響外，亦會受到電力 F_E 影響，當四力達到平衡時，帶正電油滴會以等速度 u (亦稱終端速度) 向上運動。

[註] 間距為 d 的平行電容板施加電壓 V ，其產生電場 E 可表示為 $E = \frac{V}{d}$ 。

故帶正電油滴在有外加電場($E \neq 0$)作用下，其受力方程式可表示為

$$\begin{aligned} F + F_{S2} - F_B - F_E &= 0 \\ \Rightarrow (m_{oil} - m_{air})g - 6\pi r\eta u - QE &= 0 \\ \Rightarrow mg - 6\pi r\eta u - QE &= 0 \end{aligned}$$

如上所述，則可推得油滴在有外加電場($E \neq 0$)作用下的終端速度 u ，如下所示：

$$u = \frac{mg - QE}{6\pi r\eta} \quad (4)$$

[註] v 跟 u 的方向皆是向下為正值；向上為負值。

由公式(2)與公式(4)，可計算得到油滴帶電量 Q ，如下所示：

$$Q = -\frac{6\pi r\eta(u-v)}{E} = -\frac{6\pi r\eta d(u-v)}{V} \quad (5)$$

將公式(3)代入公式(5)，將油滴帶電量 Q 改寫為

$$Q = -\frac{6\pi d\eta}{V} \sqrt{\frac{9\eta v}{2\rho g}} (u-v) \quad (6)$$

各物理量於 SI 制下數值如下

$$\eta = 1.81 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2 \quad \rho_{oil} = 875.3 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{air} = 1.29 \text{ kg/m}^3 \quad \rho = 874.01 \text{ kg/m}^3$$

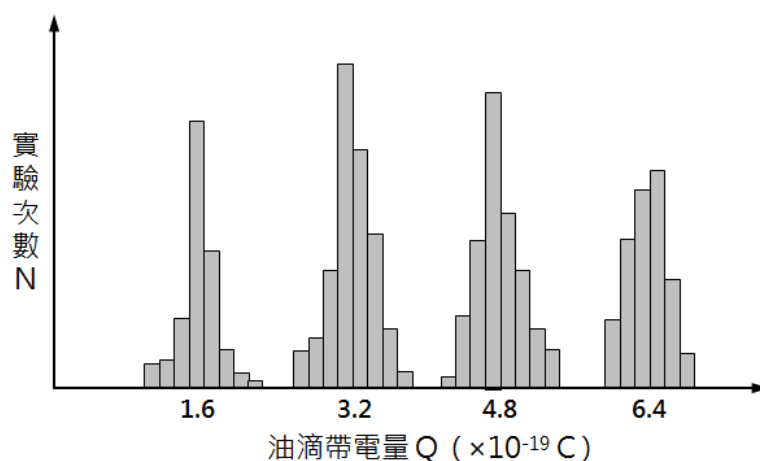
將上述各物理量數值代入公式(6)後，可將油滴帶電量 Q 簡化為

$$Q = -3.32 \times 10^{-8} \frac{\sqrt{v}(u-v)d}{V} \quad (7)$$

假設油滴帶電量 Q 是由 n 個基本電荷所組成，則

$$Q = ne \quad (e \text{ 為油滴基本電量})$$

如圖二所示，作實驗次數 N 對油滴帶電量 Q 分佈圖，可知油滴帶電量 Q 是以基本電量 1.602×10^{-19} 庫倫的整數倍出現。



注意事項：

1. 未經允許請勿拆下噴霧器，避免因撞擊造成毛細管的碎裂。
2. 連接線路前，千萬不可開啟電源供應器開關，以防觸電。

實驗步驟：

➤ 實驗前準備

1. 實驗裝置如圖三所示(CCD 攝影機暫不放置)。
2. 開啟油滴室電源(開關位於電源供應器後方)。
3. 擠壓橡皮球使油滴與空氣摩擦後再經由小孔噴入油滴室內。同時，以肉眼透過顯微鏡觀察油滴於油滴室內運動情形。
4. 調整顯微鏡位置與焦距，使油滴與刻度尺皆能清楚呈現。
[註] 應確認刻度尺是否垂直，若無請調整。
5. 將 CCD 攝影機置於顯微鏡前方並調整高度，再以影像傳輸線(黃色)將 CCD 攝影機與電腦連接。
6. 開啟影像擷取軟體(Power Director)，用以錄製油滴室內油滴運動情形。
7. 透過軟體，調整 CCD 攝影機焦距，使油滴室影像(含油滴與刻度尺)清楚呈現。



圖三 密立根油滴實驗裝置圖

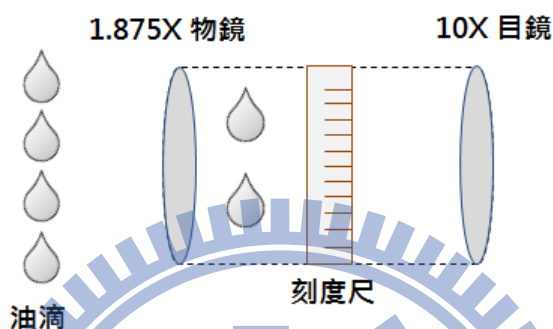
A. 影片錄製方式

1. 開啟電源供應器面板上電壓開關，設定輸出電壓為 600 V 後，**直接**關閉。
2. 擠壓橡皮球使油滴噴入油滴室內，待油滴達終端速度後開始錄製影片。
3. 當同一群油滴由螢幕下方上移至螢幕中央時，開啟電壓開關(即瞬間提供 600 V 電壓)，觀察同一群油滴達終端速度後數秒再停止錄製並關閉電壓。

[註] 務必記錄電壓開啟時間。

B. 影片錄製方式

1. 依軟體操作說明書設定相關參數與關係圖。
2. 選取特定油滴並透過軟體分析此油滴於無外加電壓($E = 0$)與有外加電壓($E \neq 0$)下的終端速度 v' 與 u' 。
3. 因油滴終端速度會受到顯微鏡內物鏡與目鏡倍率影響而被等效放大。因此，再計算油滴帶電量 Q 時應考慮顯微鏡中放大倍率。
4. 圖四為油滴室與顯微鏡相對位置圖。油滴室內油滴會先被顯微鏡的物鏡放大1.875倍，而後被放大的油滴再與刻度尺同時被目鏡放大10倍。



圖四 油滴室與顯微鏡相對位置圖

5. 因被放大的油滴與刻度尺同時被顯微鏡的目鏡放大10倍，而後再由 CCD 攝影機擷取放大後影像，故計算油滴實際終端速度時僅須考慮物鏡放大倍率。
6. 分別計算與記錄無外加電壓($E = 0$)與加電壓($E \neq 0$)情況下，油滴實際終端速度 v 與 u 。

$$v = \frac{v'}{1.875} \quad u = \frac{u'}{1.875}$$

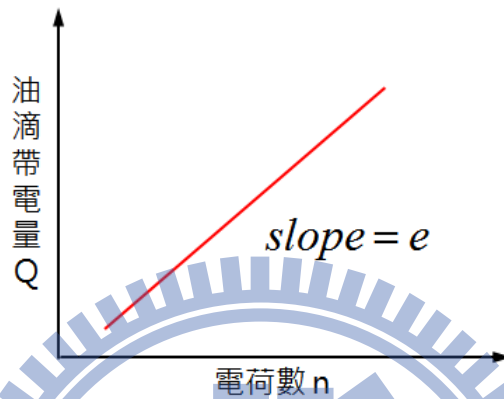
[註] 請注意單位換算。

C. 油滴帶電量 Q

1. 以油滴實際終端速度代入公式，計算油滴帶電量 Q 。
2. 於同一影片中選取不同油滴，重覆上述步驟。
[註] 若影片中油滴不足或不易觀察，請重新錄製。
3. 將電源供應器輸出電壓改為400V，重複上述步驟。

[參考]

1. 因實驗數據量較少，無法以計算最大公因數或實驗次數 N 對油滴帶電量 Q 分佈圖來計算基本電量。
2. 建議可將實驗所得帶電量 Q 先除以已知基本電量 ($e = 1.602 \times 10^{-19}$ 庫倫)，用以估算該油滴所含有電荷數 n (取整數)。
3. 如圖五作油滴帶電量 Q 與電荷數 n 關係圖，再由線性迴歸線求得基本電量 e 實驗值。



圖五 油滴帶電量 Q 與電荷數 n 關係圖

實驗問題：

1. 如何判斷油滴的電性？電性不同是否會影響實驗結果？試說明之。
2. 若將本實驗分別在高於、低於一大氣壓的環境下操作。油滴的運動會如何改變？所求得的基本電量是否和一大氣壓下相同？試說明之。
3. 在本實驗中，若以水滴取代油滴，是否仍可求得基本電荷量？試說明之。