

實驗五 一維碰撞實驗

實驗目的：

藉由觀測兩滑車於近無摩擦力之鋁製軌道作彈性碰撞與非彈性碰撞實驗，藉以驗證動量守恆定律。

實驗儀器：

鋁製軌道，滑車，網路攝影機(含支撐架)，砝碼，水平儀，同性磁鐵，U型彈簧與緩衝片組，魔鬼氈組，針尖與黏土組，電子秤

實驗原理：

當兩物體於封閉且孤立(無淨外力作用於物體)系統內發生碰撞時，碰撞前後系統總動量並不會改變，稱為動量守恆。而兩物體於碰撞前後系統總動能僅於完全彈性碰撞的情況下會守恆。以下將簡略說明兩滑車在軌道上作一維完全彈性碰撞、非彈性碰撞與完全非彈性碰撞前後系統總動量與總動能變化情形。

在此定義 m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量，兩滑車於碰撞前速度分別為 v_1 與 v_2 ；碰撞後速度分別為 u_1 與 u_2 。

A. 完全彈性碰撞

圖一為兩滑車於軌道上進行完全彈性碰撞示意圖。在此條件下，兩滑車於碰撞前後必遵守動量守恆與動能守恆定律，其關係式可表示為

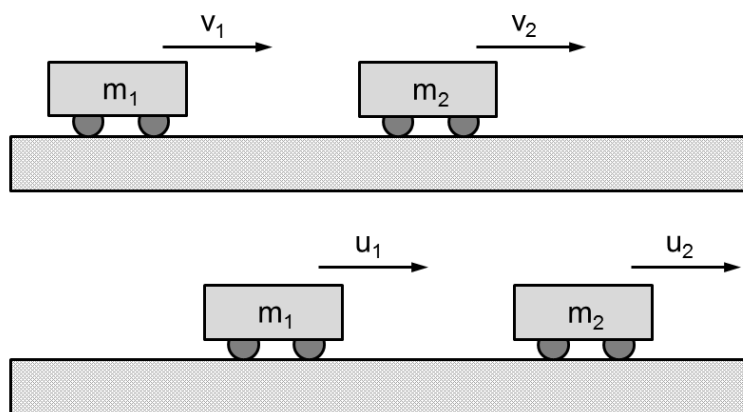
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

則兩滑車碰撞後速度 u_1 、 u_2 可表示為

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$



圖一 兩滑車作彈性碰撞示意圖

若質量 m_2 滑車於碰撞前靜止($v_2 = 0$)於軌道上，則兩滑車碰撞後速度 u_1 、 u_2 可改寫為

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

承上，假設兩滑車於碰撞前速度 $v_1 > 0$ 且 $v_2 = 0$ 。以下將說明兩滑車於不同條件下進行完全彈性碰撞後，兩滑車速度與運動情形。

[註] 定義滑車速度向右取正值，向左取負值。

1. 當 $m_1 = m_2$ 時，碰撞後 $u_1 = 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車運動狀態與碰撞前相反且速度交換。
2. 當 $m_1 > m_2$ 時，碰撞後 $u_1 > 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車朝同方向運動。
3. 當 $m_1 < m_2$ 時，碰撞後 $u_1 < 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車反方向運動。

B. 非彈性碰撞

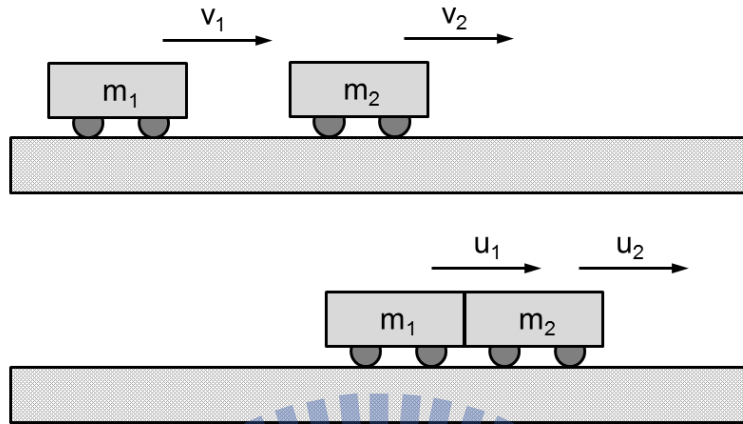
圖二為兩滑車於軌道上進行完全非彈性碰撞示意圖。在此條件下，兩滑車於碰撞前後僅遵守動量守恆定律，其能量會因碰撞過程產熱能而消耗。

完全非彈性碰撞即兩車碰撞後會結合在一起並以相同速度 ($u_1 = u_2 = u$) 朝相同方向運動。則兩滑車碰撞前後關係式可表示為

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) u \end{aligned}$$

若質量 m_2 滑車於碰撞前靜止($v_2=0$)於軌道上，則兩滑車碰撞後速度 u 可改寫為

$$u = u_1 = u_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$



圖二 兩滑車作完全非彈性碰撞示意圖

C. 恢復係數

兩滑車碰撞前後速度差的比值，定義為恢復係數 e ，表示如下：

$$e = -\frac{u_2 - u_1}{v_2 - v_1}$$

1. 當 $e=0$ 時，稱為完全非彈性碰撞。
2. 當 $0 < e < 1$ 時，稱為非完全彈性碰撞。
3. 當 $e=1$ 時，稱為完全彈性碰撞。

(a) 動量損耗率

在碰撞實驗中，兩滑車不論是在彈性碰撞、非完全彈性碰撞或完全非彈性碰撞情況下，碰撞前後總動量皆應遵守動量守恆定律。而實際實驗過程中，兩滑車有可能受外力影響造成碰撞前後總動量損耗，故可由下式計算動量損耗率 ΔP 。

$$\Delta P(\%) = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2) - (m_1 u_1 + m_2 u_2)}{m_1 v_1 + m_2 v_2} \times 100\%$$

(b) 動能損耗率

承上，兩滑車在非完全彈性碰撞與完全非彈性情況下，碰撞前後總動能並不守恆。故可由下式計算動能損耗率 ΔE 。

$$\Delta E(\%) = \frac{(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - (m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2)}{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2} \times 100\%$$

注意事項：

1. 實驗進行前務必將軌道調整為水平狀態並鎖緊螺絲。
2. 將網路攝影機固定於適當位置，使其可完整拍攝滑車碰撞前後運動情形。
3. 滑車速度向右取正，向左取負。

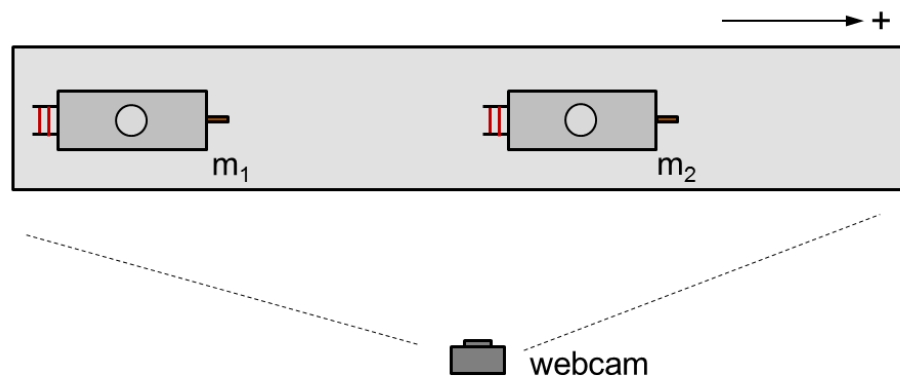
實驗步驟：

➤ 實驗前校正

1. 將水平儀置於軌道上方，調整軌道下方螺絲使軌道水平。
2. 將滑車置於軌道上方，觀察滑車是否會順著軌道某側滑動。若有，請再次調整軌道水平，直到滑車禁止不動。若無，再進行下一步校正。
3. 將網路攝影機置於軌道前方(如圖三所示)，調整網路攝影機位置，使其可完整拍攝滑車碰撞前後運動情形。
4. 依軟體操作說明書設定相關參數。

A. 彈性碰撞

實驗裝置如圖三所示， m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量，webcam 為網路攝影機。將同性磁鐵或 U 形彈簧與緩衝片組插於滑車兩端用以模擬彈性碰撞。



圖三 碰撞實驗裝置俯視圖(含網路攝影機)

(a) 兩車質量相同

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量近乎相同，即 $m_1 = m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(b) 重車撞輕車

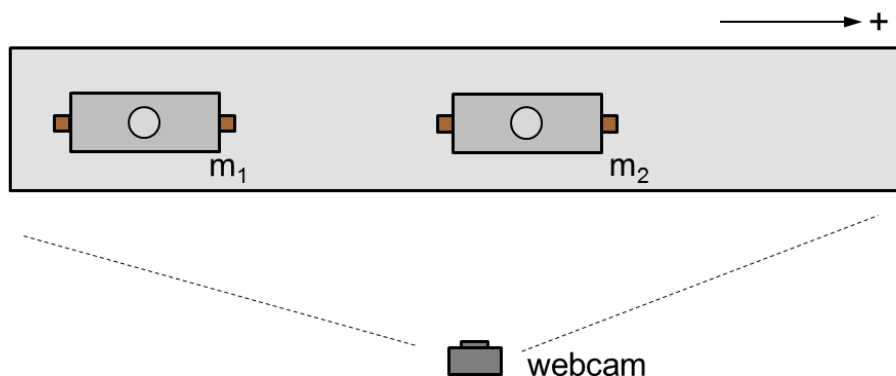
1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 > m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(c) 輕車撞重車

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 < m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

B. 非彈性碰撞

實驗裝置如圖四所示， m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量，webcam 為網路攝影機。將魔鬼氈或針尖與黏土組插於滑車兩端用以模擬非彈性碰撞。



圖四 非彈性碰撞實驗裝置俯視圖(含網路攝影機)

(a) 兩車質量相同

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量近乎相同，即 $m_1 = m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖四所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(b) 重車撞輕車

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 > m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖四所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(c) 輕車撞重車

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 < m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖四所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 改變兩滑車總質量(含車上砝碼)，重覆上述步驟。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

實驗問題：

1. 請由公式證明碰撞後兩滑車速度與質量關係？
2. 若軌道並未達水平，碰撞前後系統總動量是否依舊守恆？試說明之。